



**МАСТЕР-КЛАСС
ЛУЧШИХ ПЕДАГОГОВ МУРМАНСКОЙ ОБЛАСТИ ПО ПОДГОТОВКЕ
ОБУЧАЮЩИХСЯ К ГИА ПО МАТЕМАТИКЕ**

**«МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИХ
ЗАДАЧ ПРИ ПОДГОТОВКЕ ОБУЧАЮЩИХСЯ
К ОГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ»**

**РУДНЕВА А.А.,
УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ
МБОУ Г. МУРМАНСКА МПЛ**

26.09.2024

МЕТОДЫ:

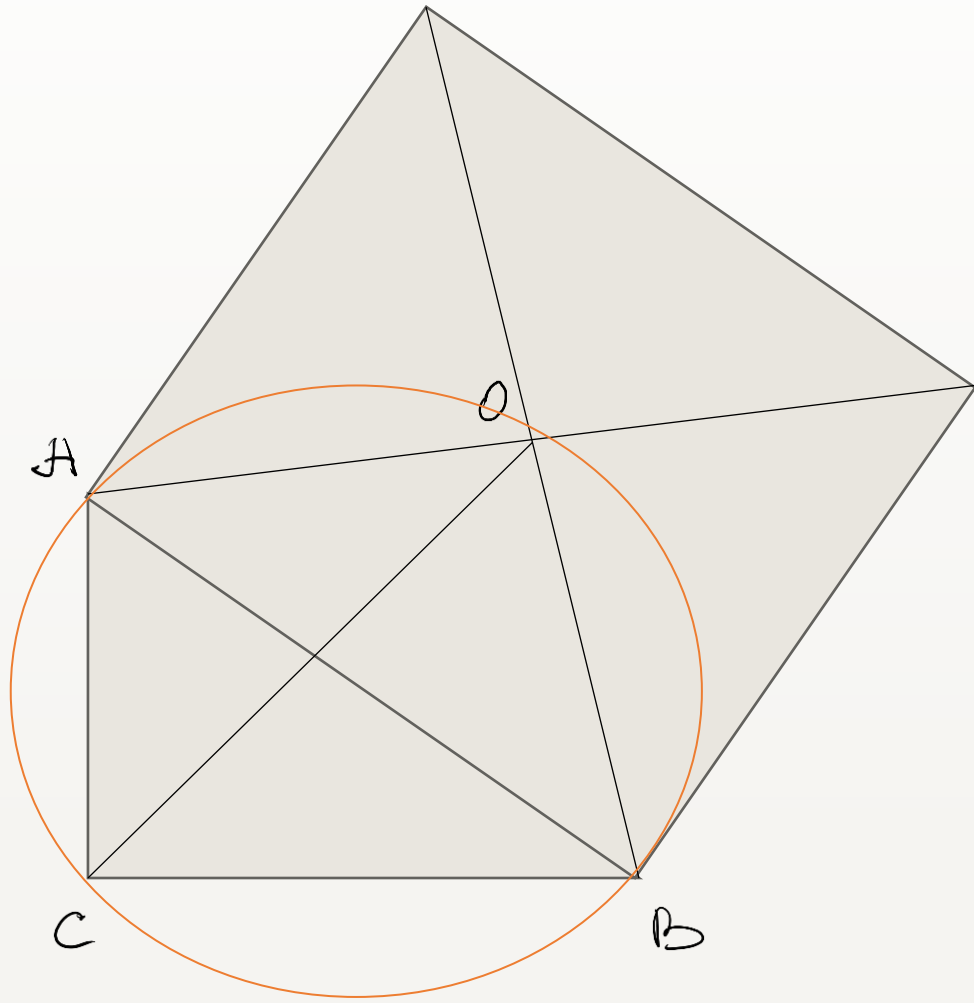
1. Метод вспомогательной окружности;
2. Метод дополнительных построений;
3. Метод площадей;
4. Использование свойств равновеликих и равносоставленных фигур.

МЕТОД ВСПОМОГАТЕЛЬНОЙ ОКРУЖНОСТИ

Метод вспомогательной окружности — это приём, который заключается в том, что на чертежи к задаче вводится окружность, которую можно вписать или описать около треугольника, четырёхугольника или многоугольника. После этого связи между данными и искомыми величинами становятся очевидными и задачу становится решать на много проще.

Задача 1:

На гипотенузе прямоугольного треугольника ABC с прямым углом C во внешнюю сторону построен квадрат с центром в точке O . Доказать что CO – биссектриса прямого угла.



Доказательство:

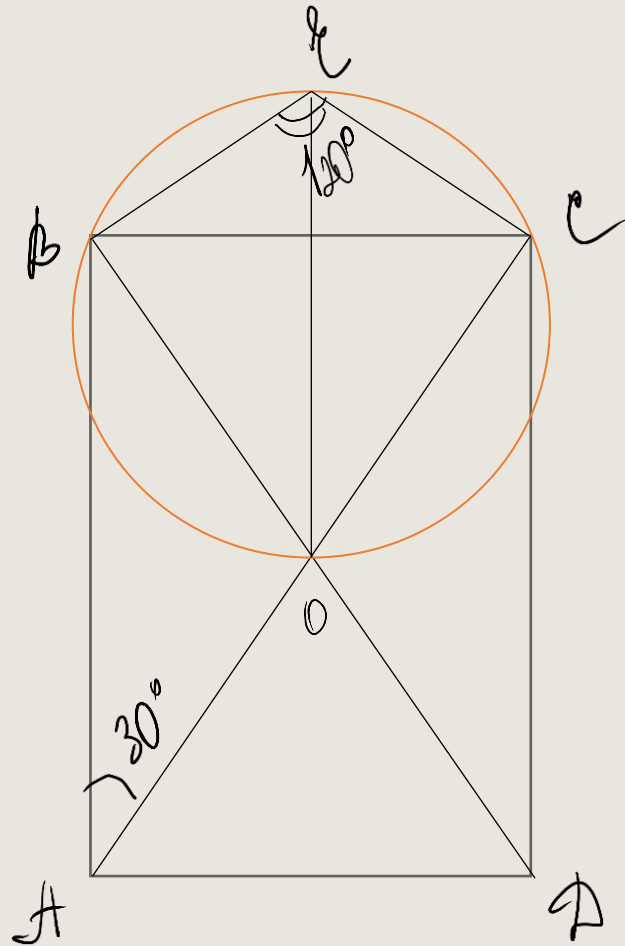
1. В четырехугольнике $ACBO$ $\angle C = 90^\circ$ (по условию), $\angle AOB = 90^\circ$ (свойство диагоналей квадрата) \rightarrow сумма углов C и AOB равна 180° , значит около четырехугольника $ACBO$ можно описать окружность с диаметром AB .

2. $OA = OB$ (диагонали квадрата точкой пересечения делятся пополам) \rightarrow дуга OA = дуге OB (их стягивают равные хорды) \rightarrow вписанные углы ACO и BCO равны. CO – биссектриса прямого угла C .

Что и требовалось доказать.

Задача 2:


Диагональ AC прямоугольника $ABCD$ с центром O образует со стороной AB угол 30° . Точка E лежит вне прямоугольника, причём угол $BEC = 120^\circ$. Доказать: $\angle CBE = \angle COE$.



Доказательство:

1. $\angle ACH = 30^\circ$, $BO = OA$, тогда $\angle OBA = 30^\circ$, $\angle OBC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$. Значит, $\triangle BOC$ – равносторонний, поэтому $\angle BOC = 60^\circ$.
2. Рассмотрим четырёхугольник $BECO$: $\angle BOC + \angle BEC = 120^\circ + 60^\circ = 180^\circ$. Значит, около данного четырёхугольника можно описать окружность.
3. $\angle CBE = \angle COE$ как вписанные, опирающиеся на дугу EC .

Что и требовалось доказать.



МЕТОД ДОПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПОСТРОЕНИЙ

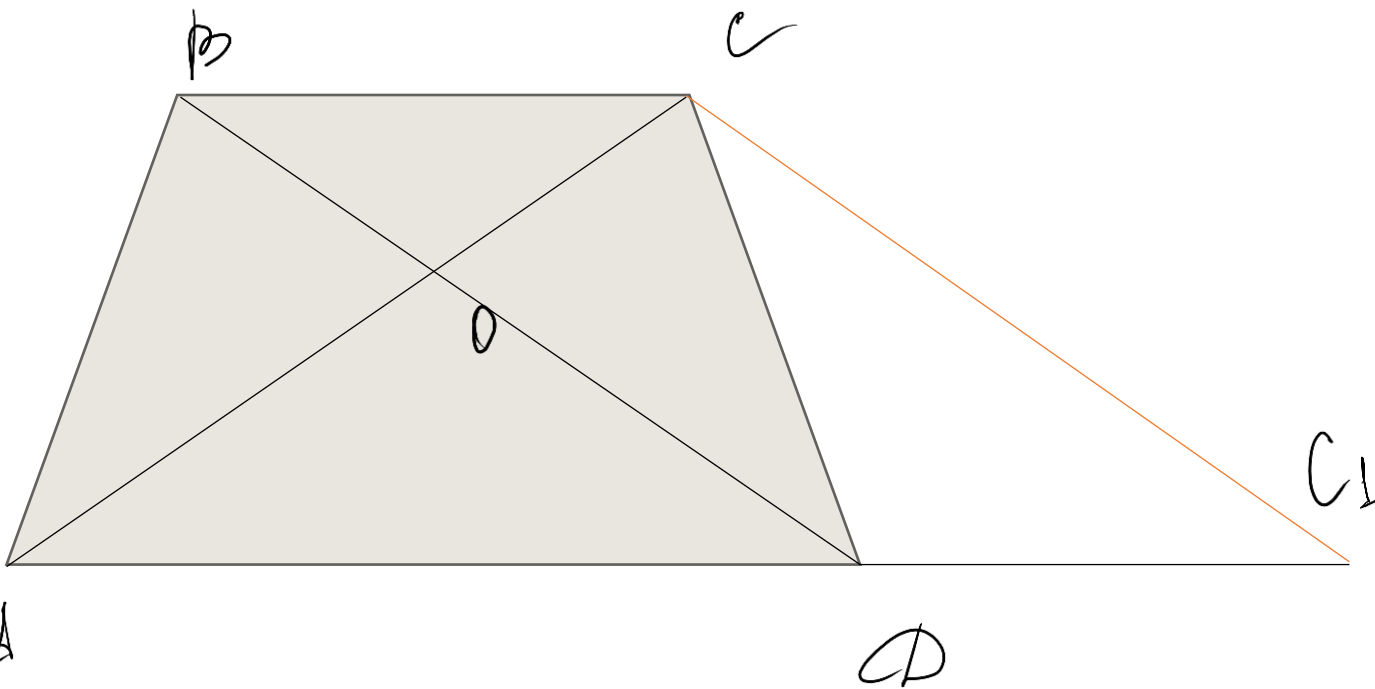
Одним же из эффективных методов решения геометрических задач является **метод дополнительных построений**. Существуют достаточно типичные виды дополнительных построений, знания которых значительно упрощает решение геометрических задач, т.к. появляются более простые, обладающие известными нам свойствами, фигуры.

Задача 3:

Дана трапеция с диагоналями равными 8 и 15. Сумма оснований равна 17.

а) Докажите, что диагонали перпендикулярны.

б) Найдите площадь трапеции.



Решение:

Проведём $CC_1 \parallel BD$, отсюда - BCC_1D -параллелограмм.

Треугольник ACC_1 :

$AC=15$, $CC_1=BD=8$, $AC_1=AD+DC=17$ (по условию).

$AC^2 + CC_1^2 = AC_1^2$, т.к. $289 = 225 + 64$, то по обратной теореме Пифагора треугольник ACC_1 -прямоугольный, $\angle ACC_1$ - прямой, отсюда диагонали AC и BD будут перпендикулярны, что и требовалось доказать.

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin 90^\circ = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 15 \cdot 1 = 60.$$

Ответ: 60.

МЕТОД ПЛОЩАДЕЙ

Значимость метода площадей заключается в том, что он является предметом изучения и одновременно средством для изучения последующего материала. Знания метода площадей включаются в общую систему геометрических знаний, "работают" и при дальнейшем изучении геометрии. Эта тема актуальна в связи с решением задач на выпускных экзаменах т.к. геометрические задачи являются одной из составных частей выпускных экзаменов.

Задача 4:

Площадь треугольника ABC равна 80. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E, при этом $BD : CD = 1 : 3$.
Найдите площадь четырехугольника EDCB.

Решение:

Решение:

① 1) $S_{ABK} = S_{KBC} = 0,5 S_{ABC}$; 2) $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CD}$

3) ~~$\angle C = \frac{3}{4} \angle B$~~

$$\textcircled{2} \quad \int_{ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot h$$

$$S_{ADC} = \frac{1}{2} DC \cdot h = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot BC \cdot h = \frac{3}{4} \cdot S_{ABC}$$

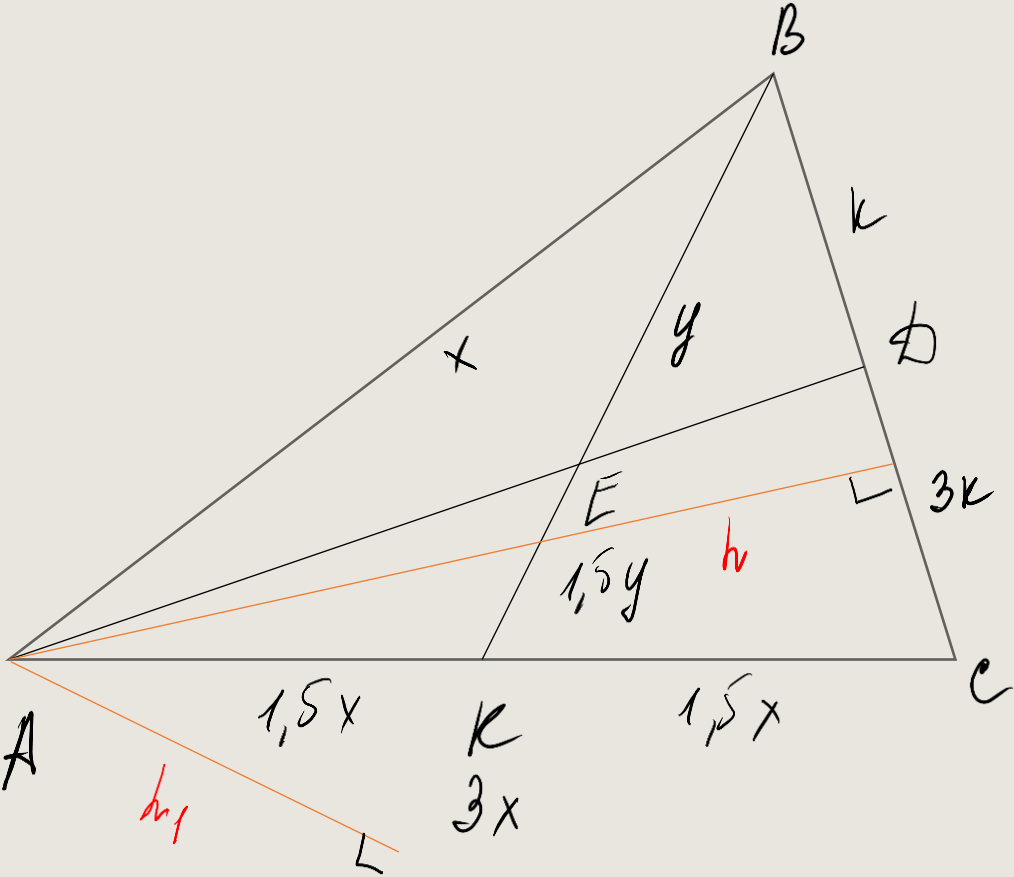
$$S_{ABK} = \frac{1}{2} BK \cdot h_1 = \frac{1}{2} S_{ABC}$$

$$S_{AER} = \frac{1}{2} E_R \cdot h_1$$

$$BK = 2,5y \Rightarrow EK = \frac{1,5y}{2,5y} BK = \frac{3}{5} BK$$

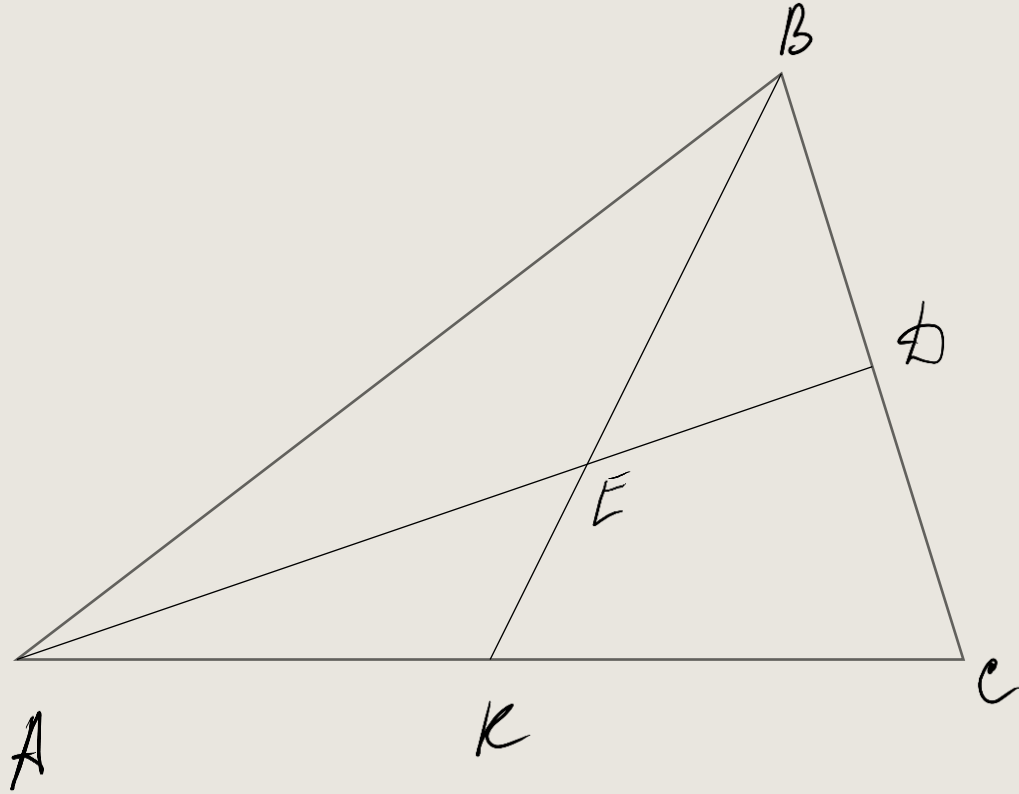
$$S_{AEK} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{5} BK \cdot h_1 = \frac{3}{5} S_{ABK} = \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} S_{ABC}$$

$$\int_{AEK} = \frac{3}{10} \int_{ABC}$$



Задача 4:

Площадь треугольника ABC равна 80. Биссектриса AD пересекает медиану BK в точке E, при этом $BD : CD = 1 : 3$.
Найдите площадь четырехугольника EDCK.

**Решение:**

$$\begin{aligned} S_{EDCK} &= S_{ADC} - S_{AEK} = \frac{3}{4} S_{ABC} - \frac{3}{10} S_{ABC} = \\ &= \frac{3}{4} \cdot 80 - \frac{3}{10} \cdot 80 = 36 \end{aligned}$$

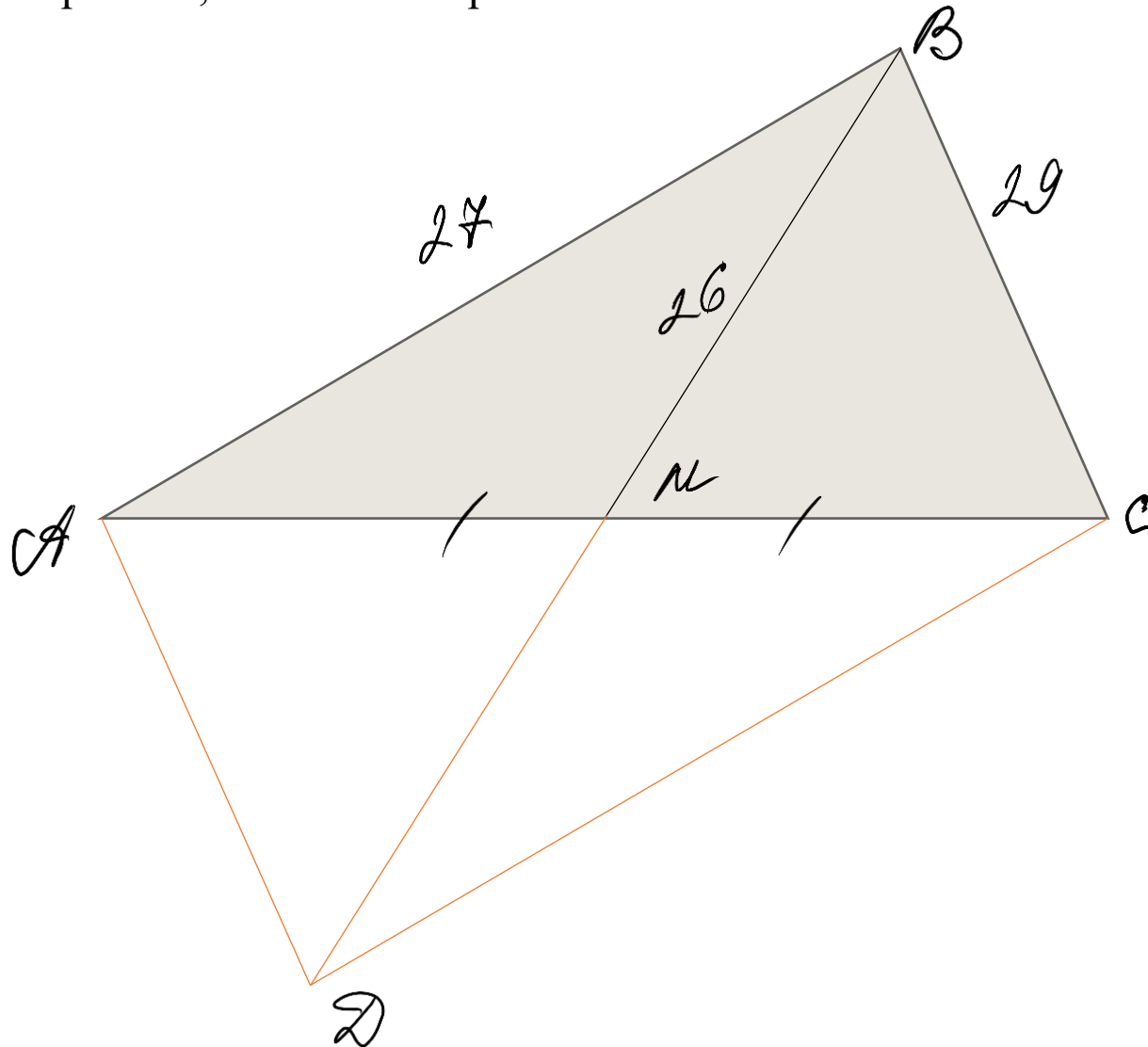
Ответ: 36.



ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВ РАВНОВЕЛИКИХ ФИГУР

Задача 5:

Найти площадь треугольника ABC, если две его стороны равны 27 и 29, а также медиана, выпущенная из той же вершины, что и эти стороны = 26см.



Решение:

Пусть стороны AB и BC треугольника ABC равны соответственно 27 и 29, а его медиана BM равна 26. На продолжении медианы BM за точку M отложим отрезок MD, равный BM.

Из равенства треугольников ABM и CDM (по двум сторонам и углу между ними) следует равенство площадей треугольников ABC и BCD.

В треугольнике BCD известно, что BC = 29, BD = 2BM = 52, DC = AB = 27.

По формуле Герона

$$S_{BCD} = \sqrt{54(54 - 52)(54 - 29)(54 - 27)} = \sqrt{54 \cdot 2 \cdot 25 \cdot 27} = 27 \cdot 2 \cdot 5 = 270.$$

Следовательно,

$$S_{ABC} = S_{BCD} = 270.$$

Ответ: 270



СПАСИБО
ЗА ВНИМАНИЕ!

КОНТАКТНЫЕ ДАННЫЕ:
[RUDNEVAONELOVE@](mailto:RUDNEVAONELOVE@gmail.com)
[GMAIL.COM](mailto:RUDNEVAONELOVE@gmail.com)