

**МИНИСТЕРСТВО
ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
МУРМАНСКОЙ ОБЛАСТИ**

Трудовые Резервы ул., 4, г. Мурманск, 183025

тел. (815-2) 44-63-77; факс (815-2) 44-03-20

✉ e-mail: edco@gov-murman.ru

02.08.2020 № 17-02/5638-ДК

на № _____ от _____

**Руководителям
муниципальных органов,
осуществляющих управление в
сфере образования**

**Руководителям
государственных областных
образовательных организаций**

О направлении методического письма

Направляем прилагаемое в электронном виде методическое письмо, разработанное государственным автономным учреждением дополнительного профессионального образования Мурманской области «Институт развития образования» (далее – методическое письмо), о преподавании учебного предмета «Математика» в общеобразовательных организациях Мурманской области в 2020/2021 учебном году.

Просим методическое письмо направить в адрес муниципальных общеобразовательных организаций.

Приложение: в электронном виде.

Заместитель министра



Д.Н. Кузнецова

**Методические рекомендации
по преподаванию учебных предметов «Математика», «Алгебра»,
«Геометрия», «Математика: алгебра и начала математического анализа,
геометрия» в общеобразовательных организациях Мурманской области
в 2020/2021 учебном году**

Данные методические рекомендации разработаны для педагогических работников общеобразовательных организаций Мурманской области с целью обеспечения единого образовательного пространства по математике.

**I. Нормативные и методические документы, обеспечивающие
организацию образовательной деятельности по математике**

Преподавание математики в 2020/2021 учебном году ведётся в соответствии со следующими нормативными и распорядительными документами:

1. Федеральный закон от 29.12. 2012 № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации».

2. Приказ Минобрнауки РФ от 05.03.2004 № 1089 «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования».

3. Приказ Минобрнауки РФ от 09.03.2004 № 1312 «Об утверждении федерального базисного учебного плана и примерных учебных планов для образовательных учреждений Российской Федерации, реализующих программы общего образования».

4. Приказ Минобрнауки РФ от 17.12.2010 № 1897 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования».

5. Приказ Минпросвещения РФ от 28.12.2018 № 345 «О федеральном перечне учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования».

6. Приказ Министерства просвещения России и Рособнадзора № 219 от 06.05.2019 «Об утверждении методологии и критериев оценки качества общего образования в общеобразовательных организациях на основе практики международных исследований качества подготовки обучающихся».

7. Постановление Федеральной службы по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека, Главного государственного санитарного врача РФ от 29.12.2010 № 189 «Об утверждении СанПиН 2.4.2.2821-10 «Санитарно-эпидемиологические требования к условиям и организации обучения в общеобразовательных учреждениях».

8. Примерная основная образовательная программа основного общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол от 08.04.2015 № 1/15 (в редакции протокола №1/20 от 04.02.2020) // Реестр Примерных основных

общеобразовательных программ Министерства просвещения Российской Федерации [Электронный ресурс]. – URL: <http://fgosreestr.ru/reestr>.

9. Примерная основная образовательная программа среднего общего образования. Одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28.06.2016 № 2/16-з) // Реестр Примерных основных общеобразовательных программ Министерства просвещения Российской Федерации [Электронный ресурс]. — URL: <http://fgosreestr.ru/reestr>.

10. Распоряжение Правительства РФ от 24 декабря 2013 г. № 2506-р «Об утверждении Концепции развития математического образования в Российской Федерации» [Электронный ресурс]. — <https://drive.google.com/file/d/0Bzf4jG2CBF0eSlFGZ25OVVRXams/edit>;

11. Методические рекомендации по организации образовательной деятельности в общеобразовательных организациях Мурманской области, реализующих программы профильного обучения (http://iro51.ru/fgos/fg_os-osnovnogo-obshchego-obrazovaniya/27-metodicheskie-materialy/1104-2015-07-17-10-52-39).

II. Особенности изучения предмета «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» в рамках предметной области «Математика и информатика» в условиях введения ФГОС среднего общего образования

В соответствии с ФГОС среднего общего образования и с тремя группами требований к результатам математического образования в общеобразовательных организациях могут реализовываться следующие рабочие программы по предмету: программа изучения математики на базовом уровне (*компенсирующая базовая*), либо программа изучения математики на базовом уровне (*основная базовая*), либо программа изучения математики на углубленном уровне (http://ptlab.mccme.ru/sites/ptlab.mccme.ru/files/prim_srednego_veroyatnost.pdf).

На базовом уровне основная цель освоения предмета – достижение проблемно-функциональных результатов, использование математики в повседневной жизни и обеспечение возможности успешного продолжения образования по специальностям, не связанным с прикладным использованием математики.

Компенсирующая базовая программа содержит расширенный блок повторения и предназначена для тех, кто по различным причинам после окончания 9-го класса не имеет достаточной подготовки для успешного освоения разделов алгебры и начал математического анализа, геометрии, статистики и теории вероятностей по программе на уровне среднего общего образования.

Программа по математике на базовом уровне предназначена для учащихся 10-11 классов, не испытывавших серьезных затруднений на предыдущем уровне обучения.

На углублённом уровне основная цель освоения предмета – достижение системно-теоретических результатов, обеспечение возможности успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности.

Организация образовательной деятельности по образовательным программам среднего общего образования может быть основана на дифференциации содержания с учетом образовательных потребностей и интересов учащихся, обеспечивающих углубленное изучение отдельных учебных предметов, предметных областей соответствующей образовательной программы (профильное обучение).

При освоении курса математики на уровне среднего общего образования формируется комплекс образовательных результатов: предметных, метапредметных и личностных. Требования к образовательным результатам указаны в ФГОС СОО, кроме того, планируемые результаты конкретизированы в Примерной основной образовательной программе СОО (далее - ПООП СОО).

Поскольку математика является интеграцией двух важнейших содержательных разделов: алгебры и начал математического анализа и геометрии, образовательная организация самостоятельно, в рамках количества часов, отведенного учебным планом, осуществляет распределение часов между этими разделами. При этом можно выбрать любую модель изучения, как последовательную (блочную), так и параллельную.

Учебный предмет «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» на углублённом уровне рекомендуется изучать в классах технологического, социально-экономического и естественнонаучного профилей, ориентированных на профессии, связанные с финансами и экономикой, на производственную, инженерную и информационную сферы деятельности.

Универсальный профиль позволяет ограничиться базовым уровнем изучения учебных предметов, однако ученик также может выбрать учебные предметы на углубленном уровне, в том числе, и математику.

Рекомендуемое количество часов на изучение математики в 10-11 классах на углублённом уровне в неделю – не менее 6 часов при обязательной поддержке элективных курсов (не менее 1 часа). Оптимальное сочетание с учётом традиций российской школы – 8 часов на учебный предмет и 3 часа на элективные курсы.

Выросли требования к результатам освоения образовательных программ по предмету «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия» по всем содержательным линиям, особенно стохастической линии, линии чисел, геометрической линии. Поэтому в программы по математике на уровне среднего общего образования дополнительно включено соответствующее содержание. Особенно в этом плане усилен один из самых сложных разделов программы углублённого изучения математики в 10-11-х

классах раздел «Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика» - изменения примерно на 40%.

Рекомендуемое планирование изучения раздела «Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика» в профильных классах – не менее 11-13 ч.:

- обзорная лекция по всем основным понятиям с образцами решения типовых задач (2-3 ч.);
- практикум «Типология и методология решения задач по логике» (1 ч.);
- практикум «Типология и методология решения задач по статистике» (1 ч.);
- практикум «Типология и методология решения задач по теории вероятностей» (2 ч.);
- практикум «Типология и методология решения задач по комбинаторике» (2 ч.);
- семинар «Применение статистических и комбинаторно-вероятностных методов в проектной деятельности» (2 ч.);
- контрольная работа по теме «Статистика и теория вероятностей, логика и комбинаторика» (1-2 ч.).

Раздел «Геометрия» также является одним из значимых и сложных разделов школьного курса математики на уровне среднего общего образования. Разработка соответствующих заданий по геометрии для формирования и развития универсальных учебных действий, а также для формирования оценочных средств является на сегодня одним из ведущих направлений работы учителей математики. Рекомендуем включать в образовательную деятельность задания следующих типов:

1. Задания на выбор верного утверждения связаны с осознанием построения речевого высказывания в письменной форме, структурированием имеющихся фактов, предметных знаний, поиском и выделением необходимой информации.
2. Задания для обучения анализу готового решения: несложные решения уже выполнены, но в них намеренно допущены ошибки. Учащиеся должны обнаружить и исправить их, при этом обосновав свои действия.
3. Задания на составление и анализ комбинаций фигур, нахождение нужного объекта или удаление лишнего, установление соответствия между графической и текстовой информацией и др.
4. Задания на обоснование некоторого факта, формулирование правила, составление алгоритма, формулы. Задания подобного рода лучше сопровождать рисунком с нужными для символьной записи обозначениями.
5. Задачи на практическое приложение математики, демонстрацию роли математики в решении проблем, возникающих в действительности. Это позволит подвести учащихся к выводу об универсальности математики как инструмента изучения и описания реальности. Отдельные элементы решения могут быть даны в решении-подсказке (или план-подсказка, указание-подсказка, возможно, дано и само решение с пропусками).

6. Задания на проверку схемы доказательства, её дополнение; решение задачи, связанной с практическими приложениями математики, требующей нестандартных методов решения и использования внепредметных знаний. При этом необходимо построить требуемую математическую модель.

Развитию вариативных качеств мышления способствует включение в методический арсенал учителя математики следующих приёмов:

- сопоставление различных способов решения одной и той же задачи;
- решение задач с неоднозначностью в условии;
- сопоставление различных интерпретаций одного и того же математического объекта;
- задачи, требующие для решения некоторого «выхода за рамки».

III. Рекомендации по изучению наиболее сложных тем математики

На основе анализа результатов государственной итоговой аттестации, НИКО, ВПР и др. мониторингов качества образования выявлены следующие типичные затруднения учащихся:

1. Отсутствие знаний о методах решения текстовых задач.

2. Несформированность навыков решения задач базового уровня по готовым чертежам на нахождение линейных и угловых элементов плоских фигур, что говорит о формальном усвоении теоретического содержания курса геометрии.

3. Несформированность умений приводить аргументы, интерпретировать математические факты и проводить доказательные рассуждения при решении задач; проводить вычисления при оперировании с действительными числами; применять свойства пропорции; вычислять процентные величины; решать простейшие уравнения; оперировать с формулами, графиками зависимостей, масштабом.

4. Неумение использовать приобретённые знания в практической деятельности и повседневной жизни, а также слабое владение навыками построения и исследования математической модели для описания реальных процессов.

5. Отсутствие навыков смыслового чтения текста, что зачастую приводит к появлению ответов, невероятных в рамках условия решаемой ими задачи.

6. Несформированность геометрических умений.

7. Невладение алгоритмическими предписаниями при решении уравнений, неравенств, систем, при выполнении преобразований.

Возможными причинами недостаточно высоких результатов при проведении контрольно-оценочных процедур внешней оценки можно назвать:

1. Направленность обучения на узнавание сюжета, а не отработку типа и метода решения.

2. Невладение учителем математики методиками реализации стратегий «Подведение под понятие», «Пошагового сопровождения» деятельности учащихся.

3. Отсутствие систематической работы со стороны учителя по первичному закреплению новых знаний, в частности, невладение методикой урока рефлексии.

4. Нерациональное распределение времени на изучение отдельных тем и организацию итогового повторения при разработке тематического планирования рабочей программы.

5. Разработка учителем контрольно-оценочных средств без учёта современных требований к контрольно-оценочной деятельности.

6. Отсутствие системы внутришкольного контроля и системы внутришкольного мониторинга образовательных достижений учащихся по математике.

Рекомендуем основные направления внутришкольного контроля по развитию качества математического образования в ОО на всех уровнях общего образования:

1. Формирование (5-6 классы) и развитие (7-11 классы) вычислительных навыков учащихся.
2. Формирование алгоритмической культуры учащихся при:
 - оперировании с числами (5-6 классы);
 - решении уравнений, неравенств, систем (7-11 классы);
 - проведении тождественных преобразований буквенных выражений (7-11 классы);
 - решении текстовых задач составлением математической модели (5-9 классы);
 - применении производной к исследованию функций (10-11 классы);
 - применении первообразной (интеграла) к вычислению площадей фигур (10-11 классы).

3. Формирование и развитие функциональной грамотности учащихся, в том числе, и математической, при решении контекстных задач. Развитие навыков читательской грамотности школьников на примере решения практико-ориентированных задач.

4. Формирование базовых геометрических компетенций учащихся на основе решения ключевых планиметрических (7-9 классы) и стереометрических (10-11 классы) конструкций.

5. Владение типологией и методологией решения базовых задач, задач повышенного и высокого уровня сложности (в зависимости от реализуемой программы) (5-11 классы).

6. Развитие логического мышления учащихся (5-11 классы).

7. Развитие пространственного воображения учащихся. (5-11 классы).

8. Организация преемственности в развитии основных предметных и метапредметных умений и видов деятельности учащихся на уровне 4-5 классов, 6-7 классов, 9-10-11 классов.

9. Организация преемственности в реализации эффективных педагогических технологий, стратегий обучения и методик преподавания. Акцентировать особое внимание на реализации методики организации

проблемного обучения (либо в рамках урока «открытия нового знания» в системно-деятельностном подходе, либо при реализации стратегии «Подведение под понятие», либо при реализации методики организации проблемного обучения, разработанной Мордковичем А.Г., Приложение 2).

В 2020/2021 учебном году рекомендуется предусмотреть в рабочих программах часы на организацию повторения содержания математики, освоенного учащимися в 2019/2020 учебном году в условиях дистанционного обучения. С целью отработки практических умений и видов деятельности включить содержание рабочей программы по математике в 6 классе следующие дидактические единицы:

- оперирование понятиями «делимость чисел», «обыкновенная дробь», «десятичная дробь»;

- нахождение части числа и число по его части, неизвестного компонента арифметического действия, значения арифметического выражения с натуральными числами, содержащего скобки;

- решение текстовых задач на движение, работу, проценты, задач практического содержания, построение алгоритма решения и реализации построенного алгоритма;

- извлечение информации, представленной в таблицах, на диаграммах;

- применение геометрических представлений при решении практических задач, развитие пространственных представлений, проверка логического мышления, проведение математических рассуждений.

Дидактические единицы, которые необходимо отработать в 7-9,11 классах, представлены в таблице:

Класс	«Алгебра»	«Геометрия»
7	- оперирование понятиями «модуль числа», «отрицательные числа», «обыкновенная дробь», «десятичная дробь»; - нахождение части числа и число по его части, значения арифметического выражения с обыкновенными дробями и смешанными числами; - оценивание размеров реальных объектов окружающего мира, извлечение информации, представленной в таблицах, на диаграммах; - сравнение обыкновенных дробей, десятичных дробей и смешанных чисел; - решение задач на проверку умения находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях;	- применение геометрических представлений при решении практических задач; - задачи на проверку навыков геометрических построений; - проведение математических рассуждений

	- решение текстовых задач на проценты, задач практического содержания, на проверку логического мышления, умений проводить математические рассуждения	
8	- оперирование понятиями «функция», «график функции», «способы задания функции»; - владение основными единицами измерения длины, площади, объёма, массы, времени, скорости, извлечение информации, представленной в таблицах, графиках, диаграммах; - решение текстовых задач на проценты, нахождение пересечения, объединения множеств и подмножеств; - выполнение оценки, прикидки, решение линейных уравнений, а также системы линейных уравнений; - проведение оценки, прикидки при практических расчётах, выполнение преобразований буквенных выражений с использованием формул сокращённого умножения, решение текстовых задач на производительность труда, покупки, движение	- оперирование свойствами геометрических фигур; - применение геометрических фактов для решения задач, в частности, признаков равенства треугольников
9	- решение квадратных уравнений, систем уравнений; - извлечение, чтение, анализ информации, представленной в таблицах, на диаграммах, графиках, определение статистических характеристик данных; - сравнение действительных чисел, выполнение преобразований буквенных дробно-рациональных выражений; - оценивание вероятности событий; - решение текстовых задач на проценты, на производительность труда, движение, логических задач, проведение математических рассуждений	- оперирование свойствами геометрических фигур; - применение геометрических фактов при решении практических задач, в частности, признаков подобия треугольников, свойств и признаков параллелограмма и его видов
11	- выполнение преобразований числовых и буквенных степенных (в том числе, содержащих корень n-ой степени), тригонометрических, логарифмических выражений; - решение алгебраических и трансцендентных уравнений, неравенств, систем;	- взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве; - нахождение расстояний и углов в пространстве; - построение и вычисление площадей сечений;

	- применение свойств функций к описанию реальных зависимостей, понятие «производная функции», правила дифференцирования, геометрический и физический смысл производной, проведение математических рассуждений	- оперирование понятиями «многогранник», «призма», «пирамида»; - вычисление площадей призм и пирамид, развитие пространственных представлений
--	---	--

Для организации повторения и систематизации материала рекомендуем использование эффективных методик решения геометрических задач «Задачи-матрёшки», «Задачи-конструкторы», сюжетные задачи, проведение уроков по отработке практических умений и навыков, уроков отработки типологии и методологии решения задач «Урок одной задачи», «Урок одного метода». В период организации повторения содержания математики рекомендуется использование педагогических стратегий:

- пошаговое сопровождение деятельности учащихся «Интерактивная лекция», «Пять шагов»;
- активизации мыслительной деятельности «Подведение под понятие»;
- межличностного взаимодействия «Взаимообучение».

IV. Рекомендации об организации текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации учащихся в рамках внутренней системы оценки качества образования в общеобразовательной организации

Контрольно-оценочная деятельность – это деятельность по контролю и оценке хода и результатов образовательной деятельности, включая качество усвоения учащимися предметного содержания. Основным объектом системы оценки, ее содержательной и критериальной базой выступают требования ФГОС СОО, которые конкретизированы в итоговых планируемых результатах освоения учащимися примерной основной образовательной программы среднего общего образования. Итоговые планируемые результаты детализируются в рабочих программах в виде промежуточных планируемых результатов.

Комплексный подход к оценке образовательных достижений учащихся реализуется путем:

- оценки трех групп результатов: личностных, предметных, метапредметных (регулятивных, коммуникативных и познавательных универсальных учебных действий);
- использования комплекса оценочных процедур как основы для оценки динамики индивидуальных образовательных достижений и для итоговой оценки;
- использования разнообразных методов и форм оценки, взаимно дополняющих друг друга (стандартизированные устные и письменные работы, проекты, практические работы, самооценка, наблюдения и др.);

В зависимости от реализуемых целей проведения педагогического мониторинга используется соответствующий вид инструментария педагогического мониторинга (Таблица 1).

Таблица 1

Инструментарий педагогического мониторинга

Цель проведения педагогического мониторинга	Инструментарий педагогического мониторинга
Оценка уровня сформированности компетентностей	- исследовательская и проектная работа; - практические и лабораторные работы; - система внеклассных игр и конкурсов; - НПК
Оценка уровня обученности	- индивидуальные, творческие задания; - диагностические работы; - контрольные работы; - зачёт
Осуществление оперативного контроль	- тестирование; - текущие самостоятельные работы; - блиц-опрос; - экспресс-диагностика; - устный опрос на уроке

В рамках контрольно-оценочной деятельности важным направлением является формирующее оценивание. Под формирующим оцениванием понимается оценивание прогресса учащегося в достижении образовательных результатов в образовательной деятельности, проводимое совместно учителем и учеником, с целью определения текущего состояния обученности учащегося, путей его перспективного развития, мотивирования его на дальнейшее обучение, совместное планирование новых образовательных целей и путей их достижения.

Основными принципами формирующего оценивания являются: разработка критериев оценивания на основе поставленных учебных целей; участие самих учащихся в оценивании (самостоятельное планирование и самооценка результативности учебной деятельности); процессный характер оценивания: оцениваются не только результаты учебной деятельности, но и процесс обучения;

В условиях реализации ФГОС общего образования разработка модели формирующего оценивания – одна из актуальных задач педагогического коллектива школы, а для учителя – умение проектировать урок на основе формирующего оценивания. При этом грамотное использование инструментов формирующего оценивания в деятельности учителя – залог роста мотивации учащегося. В приложении 1 приведён пример одного из возможных вариантов использования инструментов формирующего оценивания при проведении самостоятельной работы в 5 классе по теме «Доли. Обыкновенные дроби» (второй урок по теме, 15-20 минут).

V. Рекомендации по формированию функциональной грамотности у учащихся, проектированию заданий на проверку уровня её сформированности

Функциональная грамотность понимается как совокупность знаний и умений, обеспечивающих полноценное функционирование человека в современном обществе. Низкий уровень функциональной грамотности подрастающего поколения затрудняет их адаптацию и социализацию в социуме.

Основные содержательные составляющие функциональной грамотности: естественнонаучная грамотность, математическая грамотность, читательская грамотность, финансовая грамотность, глобальные компетенции, креативное мышление.

Математическая грамотность – это способность индивидуума проводить математические рассуждения и формулировать, применять, интерпретировать математику для решения проблем в разнообразных контекстах реального мира. Уровень сформированности математической грамотности учащихся непосредственно связан со степенью их математической компетентности.

Согласно концептуальным положениям Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования результатом освоения основной образовательной программы основного общего образования по математике должна стать математическая компетентность, то есть готовность выпускников использовать приобретенные знания, умения и способы деятельности в реальной жизни для решения практических задач.

Степень математической компетентности определяется стандартом через требования к уровню подготовки выпускников: «Использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и в повседневной жизни для:

- практических расчетов по формулам, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;
- построения и исследования простейших математических моделей;
- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;
- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач;
- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков, анализа информации статистического характера;
- исследования несложных практических ситуаций на основе изученных формул и свойств фигур; вычисления длин, площадей и объемов при решении практических задач».

Структурные компоненты исследования математической грамотности:

- 1) контекст задания – это особенности и элементы окружающей обстановки, представленные в задании в рамках предлагаемой ситуации. Эти ситуации связаны с разнообразными аспектами окружающей жизни и требуют

для своего решения большей или меньшей математизации. Выделены и используются 4 категории контекстов, близкие учащимся: общественная жизнь, личная жизнь, образование/профессиональная деятельность, и научная деятельность;

2) математическое содержание заданий в исследовании распределено по четырём категориям: пространство и форма, изменение и зависимости, количество, неопределённость и данные, которые охватывают основные типы проблем, возникающих при взаимодействиях с повседневными явлениями. Название каждой из этих категорий отражает обобщающую идею, которая в общем виде характеризует специфику содержания заданий, относящихся к этой области:

- изменение и зависимости – задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом;

- пространство и форма – задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;

- количество – задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;

- неопределённость и данные – задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности;

3) для описания мыслительной деятельности при разрешении предложенных проблем используются следующие глаголы: формулировать, применять и интерпретировать, которые указывают на мыслительные задачи, которые будут решаться учащимися:

- формулировать ситуацию на языке математики;

- применять математические понятия, факты, процедуры;

- интерпретировать, использовать и оценивать математические результаты.

Мыслительные процессы опираются на математические рассуждения, поэтому разработчики концепции исследования PISA-2021 использовали те же мыслительные процессы, что и на предшествующих этапах исследования, но дополнив их рассуждениями. Это означает, что учащимся потребуется продемонстрировать, как они умеют размышлять над аргументами, обоснованиями и выводами, над различными способами представления ситуации на языке математики, над рациональностью применяемого математического аппарата, над возможностями оценки и интерпретации полученных результатов с учётом особенностей предлагаемой ситуации.

Новые темы, включённые в содержание проверки:

- явления роста, изменений линейного и нелинейного характера; например, потребуется проследить закономерности, проявляющиеся при возведении в степень некоторого числа;

– геометрические преобразования, аппроксимация – геометрические преобразования, аппроксимации (или приближение — научный метод, состоящий в замене одних объектов другими, в каком-то смысле близкими к исходным, но более простыми), разбиения и составления фигур; например, потребуется построить орнамент из заданных фигур по заданному правилу;

– компьютерное конструирование и моделирование, например, потребуется изображать по указанным правилам маршруты на карте;

– принятие решений с учётом предлагаемых условий или дополнительной информации; например, потребуется при покупке некоторого товара учитывать представленное в таблице сообщение, в котором содержится его статистика мнений покупателей об этом товаре.

В проведенных ранее исследованиях невысокие результаты российских учащихся связаны с недостаточным овладением некоторым обязательным предметным материалом: курса математики 5–6-х классов, который не актуализируется в 7–9-х классах (например, действия с обыкновенными и десятичными дробями, проценты, пропорции, отношения); той части курса математики 9-го класса, который связан с числовыми последовательностями.

Российские учащиеся также продемонстрировали недостатки в овладении следующими метапредметными умениями:

– принимать задачу, представленную в форме, отличной от формы, типичной для российских учебников;

– работать с информацией, представленной в различных формах: текстовой, табличной, графической, а также переходить от одной формы к другой;

– привлекать информацию, которая не содержится непосредственно в условии задачи, особенно в тех случаях, когда для этого требуется использовать бытовые сведения, личный жизненный опыт;

– отбирать информацию, необходимую для решения, в частности, если условие задачи содержит избыточную информацию;

– удерживать в процессе решения все условия, необходимые для решения проблемы;

– владеть навыками самоконтроля за выполнением условий (ограничений) при нахождении решения и интерпретации полученного результата в рамках ситуации;

– определять самостоятельно точность данных, требуемых для решения задачи;

– использовать здравый смысл, метод перебора возможных вариантов, метод проб и ошибок;

– представлять в свободной словесной форме обоснованный ответ, который определяется особенностями ситуации.

При организации образовательной деятельности учителям рекомендуется обратить особое внимание на формирование и развитие умений учащихся (таблице 2). Элементы предметного содержания, сформированные

по математике в 5-ом и 7-ом классах, необходимые для формирования и развития функциональной грамотности учащихся приведены в приложении 3.

В целях формирования математической грамотности рекомендуется использовать отдельные комплексные задания. В этом случае они могут быть дополнены вопросами, развивающими, уточняющими предложенную ситуацию или являющимися проекцией сюжета на реальную жизнь конкретных учащихся, жизнь класса, проблемы местного социума.

Таблица 2

Актуальные умения при оценке уровня математической грамотности учащихся

5 класс	7 класс
– выполнять действия с натуральными числами, с обыкновенными дробями: упорядочение долей, сложение и вычитание несложных дробей; – выполнять действия с числовыми выражениями; составлять числовое выражение; – выполнять деление с остатком, иметь представление о делителях и кратных; – выполнять приближенные вычисления, прикидку и оценку результата вычислений, округлять до указанной разрядной единицы, а также с учётом условий описанной ситуации по недостатку или по избытку; – распознавать и делать выводы о зависимости между двумя величинами (прямая/обратная); решать задачи на увеличение/уменьшение на/в; – переводить единицы измерения длины и времени из более крупных в более мелкие и обратно; – решать задачи методом перебора вариантов; – читать, заполнять и интерпретировать данные таблиц, столбчатой и круговой диаграмм; – иметь представление о шкалах; – ориентироваться на числовой прямой; – устанавливать соответствие между реальным размером объекта и представленным на изображении; – распознавать геометрические формы и описывать объекты окружающего мира с помощью языка геометрии; – представлять объект по описанию, рисунку, заданным характеристикам; мысленно трансформировать трёхмерную фигуру (реальный объект) в двумерную и обратно, распознавать развертки куба, параллелепипеда; – складывать фигуры из квадратов, прямоугольников, треугольников, отрезков, разбивать на указанные формы;	– выполнять все виды деятельности, указанные для 5 класса, а также: – сравнивать рациональные числа, выполнять вычисления с рациональными числами, реальные расчёты; – вычислять проценты (процентное снижение/повышение), пропорции и отношения, масштаб, использовать основное свойство пропорции, пропорциональное увеличение/уменьшение; – понимать закономерности, составлять последовательности; – читать графики зависимостей (линейная и нелинейная); – составлять математическое описание предложенной зависимости в общем виде (в виде выражения/формулы); – использовать простейшие свойства треугольника, окружности; – распознавать комбинации различных плоских форм – отрезков, окружностей, полуокружностей, дуг; – распознавать трёхмерные фигуры: цилиндр, конус, пирамида (элементы фигур, развертки), комбинации пространственных фигур; – иметь представление о статистических характеристиках – среднем арифметическом, медиане, моде, размахе, наибольшем и наименьшем значении набора данных; – интерпретировать данные, представленные в таблицах и на диаграммах, на графиках;

– использовать для решения задач простейшие свойства квадрата и прямоугольника; – иметь представление о площади и периметре, применять формулы нахождения периметра и площади квадрата и прямоугольника; – проверять истинность утверждений, обосновывать вывод, утверждение, полученный результат	– составлять высказывания, проверять истинность утверждений
--	---

Задания рекомендуется выполнять в парах или группах (это зависит от объёмности задания), тогда у учащихся будет возможность обсудить сюжет, используя «коллективный» опыт, уточнить своё понимание ситуации, возможно, задать вопросы учителю. Это поможет выйти на выявление математической сути задания и адекватно сформулировать на языке математики, найти необходимые способы решения.

Обсуждение полезно и на этапе решения задачи, и на этапе интерпретации полученных результатов, чтобы понять, все ли необходимые условия учтены, можно ли решить иначе, проще, рациональнее, соответствует ли математическое решение контексту ситуации и т.п. Обсуждая с классом результаты выполнения задания, учитель должен акцентировать внимание на трёх моментах: как ситуация была преобразована в математическую задачу; какие знания, факты были использованы, какие методы и способы решения были предложены и обсудить их достоинства; как можно оценить полученное решение с точки зрения исходной ситуации.

Рекомендуется предложить учащимся провести анализ своей включенности в выполнение задания, отразить весь процесс и зафиксировать:

- какие идеи и соображения возникали, были ли они существенными и плодотворными, учтены ли в решении;
- какие возникли трудности и на каком этапе работы над заданием;
- удастся ли самостоятельно справиться с аналогичной ситуацией, если она повторится.

В целях закрепления формируемых умений в качестве домашнего задания рекомендуется предложить аналогичную ситуацию с несколько изменёнными данными. Однако задание может носить и творческий характер: придумать своё задание на основе рассмотренного сюжета.

При определённой системности работы по формированию математической грамотности, можно включать изменённые задания и в контрольную работу в качестве дополнительного задания, не связанного с основной темой. В этом случае, можно осуществлять мониторинг выполнения такого рода заданий.

Важнейшая роль в формировании и развитии математической грамотности учащихся отводится решению практико-ориентированных задач. Они имеют положительную мотивационную направленность, поскольку их сюжет и результат знакомы учащимся или близки их жизненному опыту и, как

правило, имеют для ученика познавательную, общекультурную, социальную и профессиональную значимость.

Как показывает опыт, наиболее трудными для учащихся этапами решения практико-ориентированных задач являются этап осмысления и выделения информации из текста условия, а также этап интерпретации полученного результата. Трудности первого этапа связаны отчасти с тем, что данные практико-ориентированной задачи могут быть представлены в различной, зачастую непривычной для ученика, форме (рисунок, таблица, схема, диаграмма, график и т. п.) Еще более нестандартной для ученика является ситуация, когда в задаче имеются лишние или недостающие данные, которые нужно найти в справочной литературе. Этап интерпретации результата решения практико-ориентированной задачи зачастую связан с умением округлять, отбирать целочисленные значения по смыслу задачи, делать прикидку и т. п., что также является достаточно трудным для определенной части учеников.

В приложении 4 приведены примеры подобных задач: первая использовалась в российском исследовании, вторая - в международном исследовании образовательных достижений учащихся PISA.

VI. Рекомендации по организации внеурочной деятельности по математике на уровне основного общего образования

Внеурочная деятельность осуществляется в целях обеспечения индивидуальных потребностей учащихся. Кроме личностных и метапредметных результатов, разнообразные формы внеурочной деятельности способствуют формированию предметных результатов освоения основной образовательной программы основного общего образования ОО, например:

- осознание своей роли в целостном, многообразном и быстро изменяющемся глобальном мире;
- понимание роли информационных процессов в современном мире;
- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, универсальном языке науки, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;
- овладение умением сопоставлять экспериментальные и теоретические знания с объективными реалиями жизни;
- понимание возрастающей роли научных исследований в современном мире, постоянного процесса эволюции научного знания;
- развитие инновационной творческой деятельности учащихся в процессе решения прикладных учебных задач;
- совершенствование умений выполнения учебно-исследовательской и проектной деятельности;
- установление связей между жизненным опытом учащихся и знаниями из разных предметных областей.

Использование внеурочной деятельности для закрепления отдельных аспектов содержания учебных программ даёт реальную возможность для снижения учебной нагрузки учащихся за счёт обеспечения направленности урочной и внеурочной деятельности на решение общих задач. Внеурочная деятельность способна решать общие задачи с урочной деятельностью в образовательной области «Математика и информатика». Так, одним из общих направлений является развитие логического мышления учащихся, формирование и развитие математической грамотности учащихся. Особую значимость приобретает формирование, развитие умений и видов деятельности по решению развивающих задач, в том числе и олимпиадных задач, в 5-6 классе. Подходы к изучению типологии и методологии развивающих задач в 5-6 классах должны быть реализовываться по принципу преемственности с начальной школой. В приложении 5 предлагается два подхода к разработке программы кружка «Решение развивающих задач по математике» для 5-6 классов.

Для формирования и развития функциональной грамотности на уровне основного общего образования рекомендуем проведение спецкурса «Основы математической грамотности учащихся», разработанного на 5 лет обучения в объёме 34 часа в год (или модуля в рамках спецкурса «Развитие функциональной грамотности учащихся» - по 8-12 часов в год). Основной целью программы (Приложение 6) является развитие математической грамотности учащихся 5-9 классов. Программа нацелена на развитие способности учащихся формулировать, применять и интерпретировать математику в разнообразных контекстах. Эта способность включает математические рассуждения, использование математических понятий, процедур, фактов и инструментов, чтобы описать, объяснить и предсказать явления. Она помогает понять роль математики в мире, высказывать обоснованные суждения и принимать решения, которые необходимы конструктивному, активному и размышляющему гражданину.

Программа предполагает поэтапное развитие различных умений, составляющих основу математической грамотности. В 5 классе учащиеся учатся находить и извлекать информацию различного предметного содержания из текстов, схем, рисунков, таблиц, диаграмм, представленных как на бумажных, так и электронных носителях. Используются тексты различные по оформлению, стилистике, форме. Информация представлена в различном контексте (семья, дом, друзья, природа, учеба, работа и производство, общество и др.). В 6 классе формируется умение применять знания о математических, естественнонаучных, финансовых и общественных явлениях для решения поставленных перед учеником практических задач. В 7 классе - анализировать и обобщать (интегрировать) информацию различного предметного содержания в разном контексте. Школьники должны овладеть универсальными способами анализа информации и ее интеграции в единое целое. В 8 классе - оценивать и интерпретировать различные поставленные перед ними проблемы в рамках предметного содержания. В 9 классе

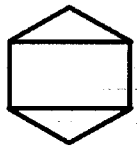
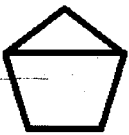
формируется умение оценивать, интерпретировать, делать выводы и строить прогнозы относительно ситуаций, проблем и явлений формируется в отрыве от предметного содержания. Формы деятельности: урок-исследование. беседа, диалог, дискуссия, дебаты, круглые столы, моделирование, игра, викторина, квест, проект, практикум,

Старший преподаватель
факультета общего образования
ГАУДПО МО «Институт образования»

Малахова Н.А.

**Самостоятельная работа по теме «Доли. Обыкновенные дроби»
(второй урок по теме, 15-20 минут), 5 класс**

Материалы разработаны Савченко Е.М., учителем математики МБОУ
«Гимназия» г. П. Зори Мурманской области.

Уровень заданий	Индикаторы	Задания	Баллы
1.Базовый уровень	Знать понятия: доля, числитель, знаменатель, дробь, что показывает числитель и знаменатель. Уметь: решать простейшие текстовые задачи на дроби, уметь интерпретировать понятие дроби с помощью чертежа (отрезок, геометрическая фигура).	1.Составьте список понятий, касающихся понятия «Обыкновенная дробь».	1
		2.Кусок материала разрезали на 12 частей.	1
		А). Какую долю составляет каждая часть?	1
		Б). Какую часть составляют 5 кусков?	1
		3. Какой доле килограмма соответствует 1 грамм?	1
		4. Как называется сотая доля метра?	1
		5. Знаменатель показывает на сколько долей _____, а числитель – сколько таких долей _____.	1
		6. На каком рисунке фигуру разделили на доли:	1
		 А).  б). в).	2
			
		7. Купили кусок ткани длиной 2м 50 см и из $\frac{1}{5}$ сшили платье для куклы. Сколько сантиметров ткани ушло на это платье?	1
		Какая часть фигуры закрашена?	1
			1
			1
			1
			1
			1
			1

		A B C D E F K M <table><tr><th>Фигура</th><th></th><th></th></tr><tr><td>8. A</td><td></td><td></td></tr><tr><td>9. B</td><td></td><td></td></tr><tr><td>10. C</td><td></td><td></td></tr><tr><td>11. D</td><td></td><td></td></tr><tr><td>12. E</td><td></td><td></td></tr><tr><td>13. F</td><td></td><td></td></tr><tr><td>14. K</td><td></td><td></td></tr><tr><td>15. M</td><td></td><td></td></tr></table>	Фигура			8. A			9. B			10. C			11. D			12. E			13. F			14. K			15. M			
Фигура																														
8. A																														
9. B																														
10. C																														
11. D																														
12. E																														
13. F																														
14. K																														
15. M																														
2.Повышенный уровень	Знать: понятие доли, правило нахождения дроби от числа. Уметь: решать задачи на дроби, уметь строить схему к задаче, находить ошибки в решении и исправлять их.	16. Начертите отрезок длиной 8 см. Отметьте цветным карандашом $\frac{5}{8}$ отрезка. Какая часть отрезка осталась неотмеченной? 17. Петя готовил уроки 1 ч 40 мин. На математику он потратил $\frac{1}{5}$ этого времени, а на историю - $\frac{1}{4}$ оставшегося времени. Сколько минут Петя готовил уроки по математике и сколько по истории? 18. Найдите ошибку в решении. Объясните, в чем ошибка ученика. Решите правильно. Какая часть фигуры закрашена? Ответ: $\frac{4}{7}$.	3 4 5																											
3.Высокий	Знать: понятие дроби, правило нахождения дроби от числа. Уметь: решать задачи на дроби, находить ошибки в решении и исправлять их, уметь ставить новые вопросы к задаче, выделять ключевые	19. Дорога от Фабричного до Отдыха составляет $\frac{3}{4}$ дороги от Фабричного до Ильинского. Чему равно расстояние от Фабричного до Отдыха, если расстояние от Фабричного до Ильинского 8 км? Решение. 1). $8:4=2$ (км.) составляет $\frac{1}{4}$ дороги. 2). $2 \cdot 3 = 6$ (км.) составляет $\frac{3}{4}$ дороги. Ответ: от Фабричного до Отдыха 6 км. <u>Задания.</u>	7																											

	моменты решения задачи, формулировать критерии оценивания решения задачи.	А) Оцените предложенное решение. Если допущены ошибки (недочеты), то исправьте их.	6
		Б). Укажите, какой теоретический факт о дробях применили в решении задачи.	7
		Выделите ключевой момент в решении задачи.	8
		В) Придумай вопрос к задаче, чтобы она решалась в 1 действие. Реши.	7
		Г). Придумайте вопрос к задаче, чтобы она решалась в 3 действия. Реши.	
		Д). Запишите критерии оценивания данной задачи.	
Итого количество баллов:		За выполнение заданий базового уровня сложности: 17. За выполнение заданий повышенного уровня сложности: 12. За выполнение заданий высокого уровня сложности: 35. Итого: 64.	
Критерии оценивания:		Отметка «5» (оптимальный уровень достижений): за правильное выполнение заданий базового уровня сложности не менее 7 баллов, повышенного уровня сложности - не менее 4 баллов, высокого уровня – не менее 7 баллов. Отметка «4» (допустимый уровень достижений): за правильное выполнение заданий базового уровня сложности не менее 8 баллов и повышенного уровня сложности - не менее 4 баллов. Отметка «3» (допустимый уровень достижений): за правильное выполнение заданий базового уровня сложности не менее 9 баллов. Отметка «2» (критический уровень достижений): менее 9 баллов.	

Методика организации проблемного обучения
(авт. Мордкович А.Г.)

1. Актуализация знаний.
2. Предлагается задача в паре с такой, способ решения которой известен учащимся (например, умножение натуральных чисел в паре с умножением десятичных дробей, или сложение двух равных чисел и умножение двух равных чисел, и как следствие, выход на понятие степень числа). Предлагается задание: сравнить условия, решения.
3. Предлагаются задания, в процессе выполнения которых ученики накапливают опыт, позволяющий сформулировать то или иное определение, правило, алгоритм. Выполнить, рассуждая аналогично.
4. Проанализировать решения примеров задания 3. и сформулировать определение, правило, алгоритм.
5. Пользуясь сформулированными самостоятельно или совместно с учащимися класса определением, правилом, алгоритмом, выполнить типовые примеры.
6. Проверить по учебнику правильность сформулированного определения, правила, алгоритма.
7. Образец решения предлагает учитель у доски.
8. Первичное закрепление: у доски письменное решение типовых примеров учащимися с проговариванием в устной речи.
9. Самостоятельная работа с последующей самопроверкой по образцу.
10. Включение заданий в систему видоизменённых ситуаций.
11. Рефлексия.

Элементы предметного содержания, сформированные по математике в 5-ом и 7-ом классах, необходимые для формирования и развития функциональной грамотности учащихся

Темы	Умения и виды деятельности	
	5 класс	7 класс
<i>Статистика</i>	- представлять данные в виде таблиц, диаграмм; - читать и извлекать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы; - переводить информацию из одной формы в другую	- представлять данные в виде таблиц, диаграмм, графиков; - читать и извлекать информацию, представленную в виде таблицы, диаграммы, графика; - устанавливать причинно-следственные связи между информацией, представленной в нескольких формах
<i>Теория вероятностей</i>	- оценивать количество возможных вариантов методом перебора	- оценивать количество возможных вариантов методом перебора; - сравнивать основные статистические характеристики, полученные в процессе решения прикладной задачи, изучения реального явления; - оценивать вероятность реальных событий и явлений в несложных ситуациях (меньше 1, измерять в % нельзя)
<i>Элементы теории множеств и математической логики</i>	- задавать множества перечислением их элементов; - находить пересечение, объединение, подмножество в простейших ситуациях. - распознавать логически некорректные высказывания	- приводить примеры и контрпримеры для подтверждения своих высказываний; - использовать графическое представление множеств для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов
<i>Числа</i>	- использовать свойства чисел и правила действий с натуральными числами, целыми числами, обыкновенными дробями с равными знаменателями, десятичными дробями; - использовать признаки делимости на 2, 5, 3, 9, 10 при выполнении вычислений и решении несложных задач;	- использовать свойства чисел и правила действий с натуральными числами, целыми числами, обыкновенными дробями, смешанными числами, десятичными дробями;

	- выполнять округление рациональных чисел в соответствии с правилами, а также по избытку и недостатку; - оперировать понятием масштаб; - оценивать результаты вычислений при решении практических задач; - выполнять сравнение чисел в реальных ситуациях; - составлять числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов	
<i>Текстовые задачи</i>	- решать несложные сюжетные задачи разных типов на все арифметические действия; - строить модель условия задачи (в виде таблицы, схемы, рисунка), в которой даны значения двух из трех взаимосвязанных величин, с целью поиска решения задачи; - осуществлять способ поиска решения задачи, в котором рассуждение строится от условия к требованию или от требования к условию; - составлять план решения задачи; - выделять этапы решения задачи; - интерпретировать вычислительные результаты в задаче, исследовать полученное решение задачи; - знать различие скоростей объекта в стоячей воде, против течения и по течению реки; - решать задачи разных типов (на работу, на покупку, на движение), связывающих три величины, выделять эти величины и отношения между ними;	- решать задачи на нахождение части числа и числа по его части; - находить процент от числа, число по проценту от него, находить процентное отношение двух чисел, находить процентное снижение или процентное повышение величины; - использовать свойства пропорции;

	решать несложные логические задачи методом рассуждений.	
<i>Тождественные преобразования</i>	-выдвигать гипотезы о возможных предельных значениях искомых величин в задаче (делать прикидку) -выполнять несложные преобразования для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с показателем 2 и 3	-выполнять несложные преобразования для вычисления значений числовых выражений, содержащих степени с натуральным показателем; -выполнять несложные преобразования целых выражений: раскрывать скобки, приводить подобные слагаемые; -использовать формулы сокращенного умножения (квадрат суммы, квадрат разности, разность квадратов) для упрощения вычислений значений выражений; -оперировать на базовом уровне понятием «стандартная запись числа.
<i>Уравнения и неравенства</i>	-решать уравнения с одной переменной через компоненты действий; -составлять уравнения с одной переменной при решении простейших задач	-проверять справедливость числовых равенств и неравенств; -проверять, является ли данное число решением уравнения (неравенства); -решать линейные уравнения, неравенства, системы -изображать решения неравенств и их систем на числовой прямой. -составлять и решать линейные уравнения при решении задач, возникающих в других учебных предметах
<i>Функции</i>	- графики линей, фигур	-находить значение функции по заданному значению аргумента; -находить значение аргумента по заданному значению функции в несложных ситуациях; -определять положение точки по ее координатам, координаты точки по ее положению на координатной плоскости; -строить график линейной функции; -определять приближенные значения координат точки пересечения графиков функций;

		-использовать графики реальных процессов и зависимостей для определения их свойств; -использовать свойства линейной функции и ее график при решении задач из других учебных предметов	-использовать графики реальных процессов и зависимостей для определения их свойств; -использовать свойства линейной функции и ее график при решении задач из других учебных предметов
<i>Геометрические фигуры</i>	Наглядная геометрия -оперировать понятиями: фигура, точка, отрезок, прямая, луч, ломаная, угол, многоугольник, треугольник и четырехугольник, прямоугольник и квадрат, окружность и круг, прямоугольный параллелепипед, куб, шар; - изображать изучаемые фигуры от руки и с помощью линейки и циркуля. -решать практические задачи с применением простейших свойств фигур	-извлекать информацию о геометрических фигурах, представленную на чертежах в явном виде; -применять для решения задач геометрические факты, если условия их применения заданы в явной форме; -использовать свойства геометрических фигур для решения типовых задач, возникающих в ситуациях повседневной жизни, задач практического содержания	
<i>Измерения и вычисления</i>	-выполнять измерение длин, расстояний, величин углов, с помощью инструментов для измерений длин и углов; -вычислять площади прямоугольника, квадрата -вычислять расстояния на местности в стандартных ситуациях; -выполнять простейшие построения и измерения на местности, необходимые в реальной жизни	- применять формулы периметра, площади и объема, площади поверхности отдельных многогранников при вычислениях, когда все данные имеются в условии	
<i>Отношения</i>	-	-оперировать на базовом уровне понятиями: равенство фигур, равные фигуры, равенство треугольников, параллельность прямых, перпендикулярность прямых; -использовать отношения для решения простейших задач, возникающих в реальной жизни	
<i>Геометрические построения</i>	-	-изображать типовые плоские фигуры и фигуры в пространстве от руки и с помощью инструментов -выполнять простейшие построения на местности, необходимые в реальной жизни	

Примеры практико-ориентированных задач

Задача №1. «Принтеры нового поколения». Для завершения работы клуба «Мы и окружающий мир» необходимо напечатать фотографии. Есть возможность напечатать фотографии на принтере нового поколения. Но для этого необходимо произвести целый ряд расчетов, которые следуют из следующей информации:

Для компьютерной техники семь – десять лет – гигантский отрезок времени. За этот период компьютерная техника делает огромный шаг вперед в своем развитии. Не стали исключением и принтеры. Если раньше мы видели цветные принтеры только по телевизору, то теперь многоцветная (цветная) печать пришла к нам домой.

1. Фирмой Кенон был разработан принтер новой модели i950 для печати фотографий. Экспериментальная партия принтеров этой модели состояла всего из 8 принтеров и была продана за 48 тыс. руб. Определи цену принтера из пробной партии.

2. Благодаря четкости и реалистичности своих фотографий и способности печатать без полей, эта модель быстро стала одной из самой популярной. Но изменилась его цена, повысившись на 600 руб. за один принтер. Определи, какова была бы стоимость экспериментальной партии по новой цене.

3. Достаточно экономны и недороги и расходные материалы для принтера этой модели: фотобумага и картриджи с краской. Одного такого картриджа хватает на 150 листов фотографий. Цена картриджа – 600 руб., цена пачки фотобумаги в 50 листов – 120 руб. Определи, сколько листов бумаги можно купить на 2400 руб. Сколько картриджей можно купить на ту же сумму.

4. Качественная печать и цена одной фотографии (цена одного листа и краски, затраченной на один лист), напечатанной на принтере этой модели сделали его одним из самых популярных на сегодняшний день. Рассчитай цену одной фотографии, напечатанной на этом принтере.

Цена, руб., количество, стоимость, руб.; краска; 150 листов; фотобумага, 50 листов.

Задача № 2. «Обменный курс». Мэй-Линг из Сингапура готовилась в качестве студентки по обмену отправиться на 3 месяца в Южную Африку. Ей нужно было обменять некоторую сумму сингапурских долларов (SGD) на южно-африканские рэнды (ZAR).

Вопрос 1: Мэй-Линг узнала, что обменный курс между сингапурским долларом и южно-африканским рэндом был: $1 \text{ SGD} = 4,2 \text{ ZAR}$ Мэй-Линг

обменяла 3000 сингапурских долларов на южно-африканские рэнды по данному обменному курсу. Сколько южно-африканских рэндов получила Мэй-Линг?

Вопрос 2: После возвращения в Сингапур через 3 месяца у Мэй-Линг осталось 3900 ZAR. Она обменяла их снова на сингапурские доллары, обратив внимание на то, что обменный курс изменился следующим образом:

1 SGD = 4,0 ZAR. Сколько денег в сингапурских долларах получила Мэй-Линг?

Вопрос 3: За прошедшие 3 месяца обменный курс изменился, вместо 4,2 стал 4,0 ZAR за 1 SGD. Был ли обменный курс в 4,0 ZAR вместо 4,2 ZAR в пользу Мэй-Линг, когда она снова обменяла южно-африканские рэнды на сингапурские доллары? Запишите объяснение своего ответа.

**Типология и методология решения развивающих задач на уровне
основного общего образования: «Математика» (5-6 классы)**

1. Задачи со спичками. Арифметика со спичками.
2. Задачи на разрезания. Арифметика с разрезаниями.
3. Задачи, связанные с цифрами и числами:
 - 3.1 Выразите число.
 - 3.2 Последняя цифра.
 - 3.3 Упростите вычисления.
 - 3.4 Числовые ребусы.
 - 3.5 Конструктивные задачи.
 - 3.6 Магические фигуры.
 - 3.7 Разные текстовые задачи: на нумерацию, на монеты, на даты дней рождения и т.п.
4. Задачи на перестановки.
5. Задачи на взвешивание.
6. Логические задачи.
7. Стратегии игр.
8. Задачи на раскраски.
9. Текстовые задачи на движение, покупки, работу, разделите поровну и т.п.
10. Геометрические задачи, включая задачи по курсу «Наглядная геометрия».
11. Комбинаторные задачи.

**Рекомендуемая тематика программы математического кружка
(5-6 классы)**

1. Не боги горшки обжигают: математика для всех и каждого.
2. Удивительный квадрат.
3. Лист Мёбиуса.
4. Задачи К.Гаусса.
5. Задачи на паркет.
6. Задачи на раскраски.
7. Круги Эйлера. Задачи на множества.
8. Графы. Дерево событий.
9. Решение логических задач.
10. Принцип Дирихле.
11. Задачи на переливание, взвешивание, разрезание.
12. Шашки, шахматы: стратегии игр.
13. Различные текстовые задачи.

Примерное содержание курса внеурочной деятельности «Основы математической грамотности»

№	Темы занятий			
	5 класс	6 класс	7 класс	
1.	Применение чисел и действий над ними. Счет и десятичная система счисления.	Числа и единицы измерения: время, деньги, масса, температура, расстояние.	Арифметические и алгебраические выражения: свойства операций и принятых соглашений.	Работа с таблицами, или круг
2.	Сюжетные задачи, решаемые с конца	Вычисление величины, применение пропорций прямо пропорциональных отношений для решения проблем. Прямые и обратные зависимости.	Моделирование изменений окружающего мира с помощью линейной функции.	Вычислительные ситуации, формулы
3.	Задачи на переливание (задача Пуассона) и взвешивание.	Текстовые задачи, решаемые арифметическим способом: части, проценты, пропорция, движение, работа.	Задачи практического ориентирования: на движение, на совместную работу.	Квадрат, анализ, решение
4.	Логические задачи: задачи о «мудрецах», о лжецах и тех, кто всегда говорит правду.	Инварианты: задачи на четность (чередование, разбиение на пары).	Геометрические задачи на построения и на изучение свойств фигур, возникающих в ситуациях повседневной жизни, задач практического содержания.	Алгебра, элемент, Пифагор, сторона, равенство
5.	Первые шаги в геометрии. Простейшие геометрические фигуры. Наглядная геометрия. Задачи на разрезание и перекраивание. Разбиение объекта на части и составление модели.	Логические задачи, решаемые с помощью таблиц.	Решение задач на вероятность событий в реальной жизни.	Математика, зависимость, переменная, процесс
6.	Размеры объектов окружающего мира (от элементарных частиц до Вселенной) длительность процессов окружающего мира.	Графы и их применение в решении задач.	Элементы теории множеств как объединяющее основание многих направлений математики.	Интерпретация, изображения, фигур.
7.	Комбинаторные задачи. Представление	Геометрические задачи на построение и на изучение свойств фигур:	Статистические явления, представленные в различной форме: текст,	Определение, измерение

	данных в виде таблиц, диаграмм, графиков.	геометрические фигуры на клетчатой бумаге, конструирование.	таблица, столбчатые и линейные диаграммы, гистограммы.	шансов иного с
8.		Элементы логики, теории вероятности, комбинаторики: таблицы, диаграммы, вычисление вероятности.	Решение геометрических задач исследовательского характера.	Решени математ требую этапа м