

Предметно-содержательный анализ результатов репетиционного ЕГЭ по математике (базовый уровень) в Мурманской области в 2023 году

марта 2023 года в Мурманской области был проведён репетиционный ЕГЭ по математике на базовом уровне. Был предложен один вариант КИМ.

Назначение репетиционного ЕГЭ – оценить общеобразовательную подготовку по математике учащихся 11 классов общеобразовательных организаций с целью совершенствования их подготовки к государственной итоговой аттестации по математике на базовом уровне.

Контрольные измерительные материалы разработаны в соответствии демонстрационному варианту КИМ ЕГЭ 2023 г. по математике на базовом уровне; спецификации контрольных измерительных материалов для проведения в 2023 году государственной итоговой аттестации по математике в форме ЕГЭ на базовом уровне; кодификатору требований к уровню подготовки учащихся, освоивших основные общеобразовательные программы среднего общего образования на базовом уровне в 2023 году.

Реализуемая модель ЕГЭ по математике базового уровня предназначена для государственной итоговой аттестации выпускников, не планирующих продолжение образования в профессиях, предъявляющих специальные требования к уровню математической подготовки.

Содержание КИМ ЕГЭ определяется на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (ФГОС) (приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 17.05.2012 № 413 с изменениями, внесёнными приказами Министерства образования и науки Российской Федерации от 29.12.2014 № 1645, от 31.12.2015 № 1578, от 29.06.2017 № 613, приказами Министерства просвещения Российской Федерации от 24.09.2020 № 519, от 11.12.2020 № 712) с учётом примерной основной образовательной программы среднего общего образования (одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию (протокол от 28.06.2016 № 2/16з)).

Задания проверяют базовые вычислительные и логические навыки, умение анализировать информацию, представленную в различных формах, использовать простейшие вероятностные и математические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях.

В работу включены задания только базового уровня по всем основным предметным разделам и содержательным линиям: арифметика (семь заданий), алгебра (пять заданий), теория вероятностей и статистика (три задания), функции (одно задание), геометрия (планиметрия – три, стереометрия – два).

Второй год функционирует изменённая модель КИМ ЕГЭ 2022 года базового уровня.

Система оценивания выполнения отдельных заданий и экзаменационной работы в целом: правильное решение каждого из заданий № 1- № 21 оценивается 1 баллом; задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа, или конечной десятичной дроби, или последовательности цифр; максимальный первичный балл за всю работу – 21.

Задания распределены по уровням обучения следующим образом: 75% заданий на уровне основного общего образования, 25% - на уровне среднего общего образования (таблица № 1).

Распределение заданий в КИМ ЕГЭ по математике на базовом уровне по уровням образования и динамика результатов их выполнения обучающимися Мурманской области в 2020-2023 гг.

Таблица 1

Уровень образования, на котором формируется умение	Задания КИМ	Доля учащихся, справившихся с заданиями			
		2020 год (репетиционный экзамен)	2022 год (репетиционный экзамен)	2022 год (основной экзамен)	2023 год (репетиционный экзамен)
Основное общее образование					
Среднее общее образование					

Результаты репетиционного экзамена по математике (базовый уровень) в этом

году свидетельствуют о том, что уровень сформированности предметных и метапредметных компетенций, учащихся на уровне основного общего образования превышает примерно на 10% однотипный показатель на уровне среднего общего образования. Примерно на 20% соответствующие показатели ниже экзаменационных результатов в 2022 году в основной период. Это свидетельствует о недостаточной подготовке выпускников по разделам «Функции», «Уравнения, неравенства, системы», «Призмы», «Тела вращения», «Четырёхугольники». В связи с этим следует перераспределить время на организацию итогового повторения курса математики в сторону выше указанного предметного содержания.

Вызывает тревогу тот факт, что доля участников (6,6) репетиционного ЕГЭ этого года, набравших менее 7 первичных баллов, примерно в 9 раз превышает результаты основного ЕГЭ (математика на базовом уровне) 2022 года (0,7). В связи с этим необходимо выделить в отдельную группу этих учащихся для организации дифференцированного обучения, индивидуального сопровождения в период подготовки к ГИА, практикуя проведение уроков рефлексии, тренингов, взаимного обучения «сильных со слабыми».

Распределение заданий экзаменационной работы по видам проверяемых умений и способам действий представлено в таблице 2.

Динамика результатов репетиционного ЕГЭ по математике на базовом уровне по видам проверяемых умений и способам действий за 2020-2023 гг. в Мурманской области

Таблица 2

Проверяемые умения и способы действий	Количество заданий	Максимальный первичный балл	Доля учащихся, справившихся с заданиями (%)			
			2020 г. (репетиционный экзамен)	2022 г. (репетиционный экзамен)	2022 г. (основной экзамен)	2023 г. (репетиционный экзамен)
Уметь выполнять вычисления и преобразования						

Уметь решать уравнения и неравенства						
Уметь выполнять действия с функциями						
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами						
Уметь строить и исследовать математические модели						
Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни						

Результаты выполнения учащимися Мурманской области заданий базового уровня КИМ репетиционного ЕГЭ в 2023 г. по всем познавательным категориям снизились в среднем на 28.8% по сравнению с подобными результатами основной волны базового ЕГЭ 2022 года. Значительные изменения произошли по категориям «уметь решать уравнения и неравенства» - снижение на 35%, «уметь выполнять действия с геометрическими фигурами» - снижение на 27%, «уметь выполнять действия с функциями» - снижение на 72%, «уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни» - снижение на 23%.

Возможные причины: не сформированность вычислительных навыков оперирования с действительными числами, алгоритмических навыков решения неравенств, навыков смыслового чтения, нарушение логики рассуждений. Для выравнивания результатов по описанным категориям познавательных умений и видов деятельности следует в предэкзаменационный период практиковать уроки решения сюжетных задач, комплексных задач, математические и графические диктанты, а самое

главное – усилить систематическую работу по отработке типологии и методологии решения заданий из открытого банка заданий по математике.

Динамика результатов ЕГЭ по математике на базовом уровне в Мурманской области в период с 2020 г. по 2023 г. представлены в таблице 3.

Динамика результатов ЕГЭ по математике (базовый уровень)
в Мурманской области в 2020-2023 гг.

Таблица 3

№ задания	Проверяемые умения и способы действий	Проверяемые элементы содержания на уровне основных видов учебной деятельности	Доля учащихся, справившихся с заданиями по математике				Уровень, на котором формируются проверяемые умения		Разделы курса математики, где изучается данное содержание
			ЕГЭ 2020 г. (репетиционный экзамен)	ЕГЭ 2022 г. (репетиционный экзамен)	ЕГЭ 2022 г. (основной экзамен)	ЕГЭ 2023 г. (репетиционный экзамен)	Основное общее образование	Среднее общее образование	
1.	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Преобразование числовых выражений, содержащих обыкновенные и десятичные дроби, натуральные числа	66,97	41,60	81	91,84			«Числа и вычисления»
2.	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Решение текстовой практико-ориентированной задачи нахождение количества упаковок лекарства	33,10	78,53	93	99,09			«Текстовые задачи»
3.	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Установление соответствия между объёмами величин и их возможными реальными числовыми значениями	98,10	97,67	99	97,41			«Оценка реальных объектов»

4.	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Извлечение информации о результатах соревнования по метанию молота, представленной в табличной форме	97,18	87,00	99	90,40			«Статистическая обработка информации»
5.	Уметь выполнять действия с геометрическим и фигурами	Решение планиметрической задачи с контекстным условием оценки площади озера, изображённого на плане местности в клеточку	83,17	63,73	68	67,53			«Площади фигур»
6.	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Решение текстовой задачи по бытовому сюжету на определение стоимости покупки тетрадей с учетом скидки	76,69	72,00	84	83,31			«Текстовые задачи»
7.	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Нахождение значения тригонометрического выражения по заданному с учётом заданного промежутка	38,03	13,40	86	25,38			«Преобразования тригонометрических выражений»
8.	Уметь использовать приобретённые знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	Нахождение энергии заряженного конденсатора по заданным числовым величинам его ёмкости и заряда на одной	52,11	27,53	94	80,79			«Формулы»

		обкладке							
9.	Уметь решать уравнения и неравенства	Решение простейшего логарифмического уравнения	69,23	22,93	85	80,11			«Уравнения, неравенства»
10.	Уметь выполнять действия с геометрическим и фигурами	Вычисление длины столба по длине провода и высоте от земли до места его крепежа	40,21	53,20	91	68,60			«Планиметрия: многоугольники, геометрические величины и их свойства»
11.	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Нахождение вероятности элементарного события	76,76	56,93	87	17,23			«Элементы теории множеств, комбинаторики, статистики и теории вероятностей»
12.	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Выбор оптимального варианта гостиницы с наивысшим рейтингом	97,18	87,07	90	29,65			«Элементы теории множеств, комбинаторики, статистики и теории вероятностей»
13.	Уметь выполнять действия с геометрическим и фигурами	Нахождение объёма детали, имеющей форму многогранника	44,37	50,00	57	23,25			«Стереометрия: многогранники, геометрические величины и их свойства»
14.	Уметь выполнять действия с функциями	Установление соответствия между графиками линейных функций и угловыми коэффициентами прямой	21,90	36,13	97	62,42	+		«Функции и их графики»
15.	Уметь выполнять действия с геометрическим и фигурами	Нахождение косинуса острого угла прямоугольного треугольника, вписанного в окружность	40,21	39,40	77	68,22			«Планиметрия: окружность, геометрические величины и их свойства»
16.	Уметь выполнять	Нахождение площади	77,61	22,73	62	56,02			«Стереометрия: т вращения,

	действия с геометрическим и фигурами	сечения цилиндра, параллельного оси							геометрические величины и их свойства»
17.	Уметь решать уравнения и неравенства	Установление соответствия между простейшими неравенствами и их решениями	33,03	31,27	83	66,16		+	«Уравнения и неравенства»
18.	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Установление логических причинно-следственных связей утверждений относительно установки лифтов в многоэтажных домах	14,37	92,00	95	31,71			«Элементы теории множеств комбинаторики, статистики и теории вероятностей»
19.	Уметь выполнять вычисления и преобразования	Решение задачи на нахождение четырёхзначного числа по заданным условиям	63,59	52,27	61	57,24			«Делимость чисел»
20.	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Решение текстовой задачи на работу двух объектов	-	10,53	41	9,07			«Текстовые задачи»
21	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	Решение логико-арифметической задачи	29,44	4,93	12	7,55			«Логические задачи»

Интервал выполнения учащимися заданий базового уровня на репетиционном экзамене составил от 7,6% до 99,1%, для сравнения в 2022 г. (основной ЕГЭ) - от 127% до 99%. Уровень сформированности компетенций учащихся Мурманской области на репетиционном ЕГЭ по математике (базовый уровень) в 2023 г. – 55,2 против 77,1 на основном ЕГЭ (базовый уровень). Проблемными предметными областями являются неравенства, тела вращения, четырёхугольники, текстовые задачи. Следует отметить, что последняя полностью опирается на программный материал 7-9 классов.

На оптимальном уровне усвоены следующие дидактические единицы: анализ, исследование и интерпретация контекстной статистической информации, представленной в словесно-текстовой и табличной формах: около 97% одиннадцатиклассников верно выбрали вариант наименьшей стоимости смартфона, около 83% обучающихся подобрали оптимальную экскурсионную программу, примерно 92% выпускников правильно рассчитали количество пачек обойного клея для проведения ремонтных работ. Около 90% выпускников овладели умениями использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни, в частности, верно установили соответствие между величинами – длительностью явлений и их возможными числовыми значениями. Овладели умениями проведения логических операций 81% выпускников: они верно установили причинно-следственные связи при выборе верного утверждения относительно высоты деревьев. 90% участников пробного экзамена верно справились с формульным аппаратом вычисления площади треугольника. Положительную динамику приобрёл уровень сформированности умения решать задания на квадратной решётке (вычисление площадей плоских фигур, в частности, трапеции). Этому, вероятно, способствует и наличие справочного материала, и качественная отработка на уровне основного общего образования.

Допустимый уровень освоения учебного материала достигнут по следующим содержательным темам: «Площади четырёхугольников» - две третьих участников не допустили ошибок при оценке суммарной длины изгороди дачного участка, «Обыкновенные дроби» - около 62% выпускников верно применили вычислительный аппарат к нахождению значения числового выражения на порядок действий с дробями, «Проценты» - 68% обучающихся овладели навыками нахождения числа по заданной величине процента, «Логарифм числа» - каждый второй ученик верно применил основное логарифмическое тождество при преобразовании логарифмического выражения, «Простейшие уравнения» - 66% выпускников

освоили типологию и методологию решения простейших показательных уравнений, вероятнее всего, допустив вычислительные ошибки, фактические ошибки в использовании свойства степени с отрицательным показателем или выражении неизвестного компонента линейного уравнения, «Делимость чисел» - примерно половина участников репетиционного ЕГЭ верно нашли четырёхзначное число, кратное 125, все цифры которого различны и нечётны, используя оценку, свойства делимости чисел, тем не менее требует отработки метод перебора вариантов; «Вероятность элементарного события» - около 68% одиннадцатиклассников овладели основами стохастической линии школьного курса математики: верно определили вероятность элементарного события «один случайно выбранный для контроля насос не подтекает», тем не менее, каждый третий не владеет методологией вероятностной составляющей элементарной математики.

Учителям математики следует спланировать комплекс заданий по построению и исследованию математических моделей для описания реальных вероятностных процессов, расширить спектр используемых контекстов и направлений подготовки в этом направлении: от решения задач, основанных на использовании классической формулы вычисления вероятности элементарного события, до использования правил вычисления вероятности зависимых, независимых, совместных, несовместных событий.

В критической зоне находится освоение следующих элементов стандарта:

- установление соответствия между графиками квадратичных функций и знаками их коэффициентов (примерно 74% выпускников не овладели комплексом умений, навыков и видов деятельности, характерных для элементарных функций, заданных аналитически и графически, что свидетельствует о не сформированности основополагающих навыков функционально-графической линии, изучаемой в курсе алгебры 7-8-го классов);

- использование приобретённых знаний для решения практико-ориентированных задач (около 91% выпускников не освоили алгебраический метод решения текстовых задач на совместную работу: в большинстве случаев не верно определены зависимости между неизвестными и известными величинами, в частности, объёма работы, производительности труда, а также не смогли определить логику построения цепочки причинно-следственных связей между объектами задачи). При этом, возможно, допущены вычислительные ошибки, не верно составлена и математическая модель задач;

- решение простейших логарифмического, показательного, дробного рационального неравенств: примерно 68% выпускников не овладели алгоритмической составляющей предметной линии уравнений, неравенств, систем, в частности, не учтены область допустимых значений переменной, не отработан метод интервалов решения алгебраических неравенств в части определения знака неравенства на промежутках при переходе через нули числителя и знаменателя в разложении на линейные множители;

- овладение видами деятельности по вычислению площадей сечений тел вращений, линейных элементов многогранников, решению параллелограмма: примерно пятая часть учащихся овладела стереометрической базой 10-11 классов, а третья часть - базой планиметрии параллелограмма. Выявлены ключевые проблемные зоны: вычисление площади сечения, параллельного оси цилиндра, определение уровня воды, перелитой из одного сосуда в другой, имеющих форму правильной четырёхугольной призмы, нахождение длины диагонали параллелограмма при условии наличия диагоналей – биссектрис. Основные причины: не владение понятийным аппаратом, в частности, «расстояние между сечением и осью цилиндра», не умение устанавливать зависимости между элементами и объёмом правильной четырёхугольной призмы, не знание свойств биссектрисы углов параллелограмма, свойств параллельности двух прямых и секущей. Рекомендации: практиковать зачётную систему контроля по теоретической

составляющей курса планиметрии и опорных геометрических конструкций, увеличение доли задач по готовым чертежам и практическим контекстом.

Анализ результатов репетиционного ЕГЭ (математика на базовом уровне) свидетельствует о нестабильности результатов по вычислительной арифметической компоненте. Это требует систематической отработки, в том числе и навыков перевода десятичной дроби в обыкновенную и наоборот, а также применения правил арифметических действий с дробями.

Основные направления организации повторения курса математики: отработка типологии и методологии решения как простейших алгебраических неравенств, так и трансцендентных через фронтальные формы работы, экспресс-диагностики; отработка навыков преобразования выражений по схеме: знание формул (через математический диктант); отработка на простейших примерах (возможен тест); включение комбинации формул в преобразование более сложных выражений, т.е. в нестандартной ситуации; отработка формульно-понятийной базы геометрии через блиц-опросы, зачёты, а практических умений – через решение задач на готовых чертежах (через наглядность); отработка владения базой свойств степеней, корней, логарифмов, тригонометрических выражений, техникой их преобразования; отработка аналитического и графического задания всех видов алгебраических функций, зависимостей их коэффициентов через графические диктанты, групповые формы работы, взаимно-опросы; отработка типологии решения текстовых задач на движение, работу, смеси, сплавы, растворы с фиксацией этапов математического моделирования, опорных конструкций, представлением условия в различных формах, выбором метода решения (арифметического, алгебраического и т.п.) через групповые и индивидуальные формы работы учащихся с последующей самопроверкой по образцу (уделение внимания приёмам смыслового чтения при анализе формулировки вопроса задачи) – через анализ текстов задач, структурирование условия в разных формах; отработка вычисления вероятности элементарного события классическими методами решения, в

том числе и методом перебора вариантов, с использованием формулы для вероятности суммы двух совместных событий, решению задач с применением дерева вероятностей событий, опираясь на традиционный приём - решение одной задачи несколькими методами; отработка вычислительных навыков через устный счёт.

Проведённый анализ результатов геометрической содержательной линии показал, что учителям математики потребуется серьёзная работа по корректировке планирования организации итогового повторения геометрической компоненты. Также требует корректировки и методика закрепления учащимися опорных базовых конструкций, включая комбинации многогранников и тел вращений, а также фактологического материала через систему математических диктантов, зачётов, в том числе, и на уроках рефлексии знаний с использованием дистанционных образовательных технологий.

Следует констатировать: алгоритмическая составляющая навыка решения простейших неравенств не освоена в части использования основополагающих методов - метода интервалов, определения логарифма числа, приведения степени к одному общему основанию. Поэтому вектор подготовки должен быть смещён в сторону типологии и методологии решения уравнений, неравенств, их систем за счёт включения дополнительного комплекса тренировочных заданий, в том числе и ЭОР, ЦОР.

Недостаточный уровень сформированности логической составляющей математического образования диктует в свою очередь необходимость включения на каждом уроке как минимум устных логических задач с контекстным содержанием.

Спектр используемых форм отработки повторяемых навыков, умений и видов деятельности - разнообразен: математические и графические диктанты, приведение примеров-контрпримеров, разных методов решения, нахождения ошибок в предложенных решениях и т.п.

Приводим перечень предметных тем, требующие включения в итоговое повторение курса математики на уровне СОО в соответствии с ошибками, допущенными обучающимися на репетиционном ЕГЭ по математике (базовый уровень) в 2023 году:

- нахождение процента от числа, числа по заданной величине процента, процентного отношения;
- правила выполнения арифметических операций с дробями, натуральными числами, положительными и отрицательными числами, умножения и деления на 10, 100, 1000 и т.д., 0,14 0,01; 0,001 и т.д.;
- свойства степени, корня n -ой степени, логарифма числа, формул по тригонометрии для проведения преобразования соответствующих выражений;
- правила прикидки;
- методы вычисления вероятности элементарного события;
- задание элементарных функций графическим и аналитическим способами, определение свойства функций, установите соответствия между графиками функций и знаками из коэффициентов;
- вычисление площадей, периметров планиметрических фигур, объёмов и площадей поверхностей стереометрических тел, а также их линейных и угловых элементов;
- определения, свойства, признаки планиметрических фигур, равенства и подобия фигур;
- типология и методология решения простейших уравнений, неравен, их систем;
- типология и методология решения текстовых задач, логических задач, задач по дискретной математике.

Рекомендации

1) Учителям и преподавателям математики:

- в образовательной деятельности акцентировать внимание обучающихся на вариативность математических методов при решении заданий;

– проводить тренинги по отработке вычислительных навыков, техники преобразований, нахождения производной и применения её к исследованию функций, в том числе с использованием цифровых электронных ресурсов;

– уделить особое внимание повторению и обобщению ключевых элементов содержания школьного математического образования: рациональные приёмы выполнения тождественных преобразований, методы и приёмы аппарата уравнений, неравенств, их систем, как основное средство математического моделирования прикладных задач, логических задач, комбинированных задач;

– в преподавании геометрии усилить теоретико-обосновательную сторону решения задач на построение фигур, их сечений, вычисление площадей, объёмов и соотношение между характеристиками частей одной фигуры;

– повысить наглядность преподавания геометрии;

– скорректировать рабочую программу в части организации итогового повторения школьного курса математики (разработать циклограмму повторения) по результатам репетиционного экзамена;

– скорректировать методику организации итогового повторения по разделу «Неравенства», «Планиметрия треугольника», «Планиметрия окружности», «Тела вращения», «Элементарные функции»;

– выделить группы участников репетиционного экзамена на основе дифференциации их образовательных результатов и выстроить их индивидуальные образовательные маршруты. При подготовке к ГИА по математике на базовом уровне в форме ЕГЭ учащихся, имеющих низкий уровень математической подготовки, определить следующие направления подготовки: спланировать работу со справочным материалом, включённым в КИМ, разработать с каждым учащимся индивидуальный маршрут

подготовки на основе анализа полученных результатов на ГИА по математике, использовать открытый банк заданий, размещённый на сайте ФГБНУ ФИПИ, обучающие и контролирующие программы (ЭОР, ЦОР);

- отработать приёмы смыслового чтения.

2) Директорам общеобразовательных организаций:

- запланировать контроль и оказание методической помощи учителям по проблемным зонам, выявленным на репетиционном ЕГЭ;
- при проведении внутришкольного контроля по организации итогового повторения курса математики акцентировать внимание на алгоритмизацию навыков по алгебраической линии и применение опорных конфигураций по геометрической линии.

*Старший преподаватель
факультета общего образования
ГАУДПО МО «Институт развития образования»*

Малахова Н.А.